Consorzio di Bonifica Integrale
COMPRENSORIO SARNO BACINI DEL SARNO, DEI TORRENTI VESUVIANI E DELL'IRNO

Metodologia di calcolo per l'invarianza idraulica

ALLEGATO A

ESEMPIO DI DETERMINAZIONE DELLA CURVA DI POSSIBILITÀ PLUVIOMETRICA

A cura dell'Ufficio Macchine Impianti
Reti e Concessioni

Rev.1.0   21.02.2017

Esempio di determinazione CPP

L'espressione analitica della curva di possibilità pluviometrica in funzione di un determinato tempo di ritorno T è:

$$h = a * t^n$$

ove h= altezza della precipitazione in mm

t = durata della precipitazione in min

a, n = parametri della curva di possibilità pluviometrica

$$h = a * t^n \Rightarrow \ln(h) = \ln(a) + n * \ln(t)$$

Ponendo $y = \ln(h)\,,\;\; A = \ln a\,,\;\; B = \ln t\,,\;\; n = x \quad \Rightarrow \quad y = A + B * x$

$$A = \frac{\sum_i x_i{}^2 * \sum_i y_i{}^2 - \sum_i x_i * \sum_i x_i * y_i}{N * \sum_i x_i{}^2 - (\sum_i x_i)^2}$$

$$B = \frac{-\sum_i x_i * \sum_i y_i - N * \sum_i x_i * y_i}{N * \sum_i x_i{}^2 - (\sum_i x_i)^2}$$

per l'analisi delle altezze di pioggia si adotta la legge di Gumbel secondo la quale

$P(\mathrm{h} \le \mu_h) = e^{-e^{-\alpha*(\mu_h - u)}}$ (funzione distribuzione)

A sua volta la probabilità può essere espressa in funzione del tempo di ritorno

$$P(h - \mu_h) = 1 - \frac{1}{T}$$

I parametri che compaiono nella funzione di distribuzione, α, u sono legati alla media ed allo scarto quadratico medio della variabile h dalla relazione:

$\alpha = \frac{1.28}{s},\;\; u = \mu_h - 0.45 * S$

ove $\mu_h = \sum_I \frac{h_I}{N}$ (media) e $s = \sqrt{\sum_I \frac{(h_i - \mu_h)^2}{N-1}}$ (scarto quadratico medio)

$h_i = valore\ individuato\ dalle\ serie\ storiche$

$N = dati\ delle\ serie\ storiche$

Di conseguenza possiamo ottenere l'altezza di pioggia in funzione del tempo di ritorno assegnato:

$$h_t = u - \frac{1}{\alpha} * \ln\left[\ln\left(\frac{1}{P(h \leq \mu_h)}\right)\right]$$

Ricordando che $P(h - \mu_h) = 1 - \frac{1}{T}$

per banale sostituzione consegue che

$$h_t = u - \frac{1}{\alpha} * \ln\left[\ln\left(\frac{1}{P(h \leq \mu_h)}\right)\right] \Rightarrow h_t = u - \frac{1}{\alpha} * \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]$$

Nella seguente tabella sono riportati i calcoli svolti, sulla base dei dati raccolti dal pluviometro di Sarno in località Foce presso Acquedotto Campano (gentilmente forniti dal CESBIM) relativi agli scrosci, ossia alle piogge di durata inferiore all'ora.

anno/durata	10 min	20 min	30 min	40 min
2001	17,00	21,60	27,60	30,80
2002	18,60	30,00	38,20	43,40
2003	12,60	17,00	20,60	23,80
2004	8,40	10,20	12,20	14,40
2005	3,60	6,60	8,80	11,00
2006	18,60	28,20	32,60	32,80
2007	12,60	16,00	18,20	20,20
2008	18,00	29,20	34,40	35,00
2009	16,40	31,60	40,20	46,80
2010	13,80	23,40	29,60	31,60
2011	16,20	20,40	28,00	32,20
2012	13,40	19,20	22,60	23,60
2013	16,00	21,20	25,00	26,00
2014	16,60	21,20	22,00	24,80

Abbiamo quindi:

numero di osservazioni $N = 14$

	10 min	20 min	30 min	40 min
media	14.414	21.129	25.714	28.314

scarto quadratico medio	4.2073	7.2696	9.1476	9.945
coefficiente alfa α	0.3049	0.1765	0.1403	0.129
coefficiente upsilon υ	12.521	17.857	21.598	23.839

A titolo di esempio, si riporta il calcolo che permette di ottenere l'altezza massima prevista per un periodo di ritorno di 20 anni per piogge di durata 10 minuti

$$h_{T20\,anni} = \upsilon_{10\,min} - \frac{1}{\alpha_{10min}} * \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = 12.52 - \frac{1}{0.305} * \ln\left[\ln\left(\frac{20}{20-1}\right)\right]$$
$$= 12.52 - \frac{1}{0.305} * \ln\left[\ln\left(\frac{20}{19}\right)\right] \Rightarrow h_{T20\,anni} = 22.26$$

In questo modo, si possono calcolare le massime altezze di pioggia raggiungibili in funzione del tempo di ritorno, che è definito come il tempo che intercorre tra il verificarsi e il ripetersi dell'evento stesso.

	10 min	20 min	30 min	40 min
$h_{T20\,anni}$	22.261	34.687	42.775	46.862
$h_{T100\,anni}$	27.606	43.922	54.396	59.496
$h_{T200\,anni}$	29.887	47.864	59.356	64.889

Definiamo il *TEMPO DI RITORNO* come il valore medio di attesa tra due superamenti successivi; va notato che il concetto di tempo di ritorno è puramente statistico, in quanto valor medio; nella realtà non è detto che una piena eccezionale ritorni esattamente dopo T anni.

Attraverso la regressione lineare dei dati riportati sul piano cartesiano con log(h) in ordinata e log(t) otteniamo una retta, relativa ad un certo tempo di ritorno, con coefficiente angolare n e intercetta con la verticale condotta per una certa durata pari a log(a). In realtà non si riportano i dati esatti ma le loro stime, quindi, tramite il metodo della regressione lineare, otteniamo la retta che meglio li approssima

Con qualsiasi foglio di calcolo (excel) basta visualizzare la retta di tendenza, tuttavia a livello dimostrativo si espone come ottenere la retta interpolatrice per via analitica sul piano bi-logaritmico.

Poniamo

$$t = \ln(durata\ in\ minuti) \quad ; \quad h = \ln(h_{T20\ anni}) \quad ;$$

$$\mu_t = media\ dei\ valori\ di\ t \ ; \quad \mu_h = media\ dei\ valori\ di\ h_{T20\ anni} \ ;$$

Si ha:

$$B = n = \frac{\mu_{t*h} - \mu_t * \mu_h}{\mu_{t^2} - {\mu_t}^2} \quad ; \quad A = \ln(a) = \mu_h - n * \mu_t$$

Ove a ed n sono i parametri della curva di possibilità pluviometrica.

Digitare l'equazione qui.

10	20	30	40	Tempo in minuti
2,302585	2,995732274	3,401197	3,688879	Logaritmo naturale del tempo in minuti
3,097099				Media dei valori (μ_t)
9,592019				Quadrato della media dei valori (${\mu_t}^2$)
5,301898	8,974412	11,56814	13,60783	Valori al quadrato
9,863071				Media del quadrato dei valori (μ_{t^2})

22,261	34,687	42,775	46,862	Altezza in mm per T=20 anni per durate 10,20, 30, 40 minuti
3,102836	3,546365	3,755954	3,847207	Valori in logaritmi naturali
3,563091				Media dei valori (μ_h)

7,144545	10,62	12,77474	14,19188	$t * h$
11,18378				Media di $t * h$ (μ_{t*h})
3,097099 * 3,563091 = 11.035246				$\mu_t * \mu_h$

$$B = \frac{\mu_{t*h} - \mu_t * \mu_h}{\mu_{t^2} - {\mu_t}^2} = \frac{11.18378 - 11.035246}{9.863071 - 9.592019} = \frac{0.148534}{0.271052} = 0.548 = n$$

$$A = \mu_h - n * \mu_t = 3.563091 * 0.548 * 3.097099 = 1.86589 \quad \rightarrow \ a = \exp(A) = e^{1.86589} = 2.718^{1.86589} \Rightarrow a = 6.46$$

I valori ottenuti sono perfettamente in accordo con quelli derivanti dall'interpolazione via software, a meno di inevitabili arrotondamenti sulle cifre decimali.

Via G. Atzori (Centrale Ortofrutticola)
84014 Nocera Inferiore
Tel. 0813204511
Fax 081954567

Ufficio M.I.R.C.
Ufficio Macchine, Impianti, Reti e Concessioni
Tel. -0813204507 -0813204531- 0813204513
Email: concessioni@bonificasarno.it
Pec: protocollo@pec.bonificasarno.it